

VZDÁLENOST DVOU BODŮ

Vzdálenost dvou bodů A, B je rovna velikosti (délce) úsečky AB .

a) na přímce

Vzdálenost bodů $A [x_A], B [x_B]$ na číselné ose je rovna absolutní hodnotě rozdílu reálných čísel x_A a x_B .

$$|AB| = |x_B - x_A|$$

b) v rovině

Vzdálenost $|AB|$ dvou bodů $A [x_A; y_A], B [x_B; y_B]$ v rovině je dána vzorcem:

$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

c) v prostoru

Vzdálenost $|AB|$ dvou bodů $A [x_A; y_A; z_A], B [x_B; y_B; z_B]$ v prostoru je dán vzorcem:

$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Příklad 1. Dokažte, že trojúhelník KLM , kde $K = [4;3]$, $L = [12;9]$, $M = [1;7]$, je pravouhlý.

Řešení : Důkaz provedeme pomocí Pythagorovy věty, která platí v každém pravouhlém trojúhelníku.

Vypočítáme velikosti stran:

$$|KL| = \sqrt{(x_L - x_K)^2 + (y_L - y_K)^2}$$

$$|KL| = \sqrt{(12-4)^2 + (9-3)^2}$$

$$|KL| = 10$$

$$|KM| = \sqrt{(x_M - x_K)^2 + (y_M - y_K)^2}$$

$$|KM| = \sqrt{(1-4)^2 + (7-3)^2}$$

$$|KM| = 5$$

$$|LM| = \sqrt{(x_M - x_L)^2 + (y_M - y_L)^2}$$

$$|LM| = \sqrt{(1-12)^2 + (7-9)^2}$$

$$|LM| = \sqrt{125} = 5\sqrt{5} \text{ je přepona}$$

$$|LM|^2 = |KL|^2 + |KM|^2$$

$$125 = 100 + 25$$

$$125 = 125$$

Trojúhelník KLM je pravouhlý.

Příklad 2. Na ose x najděte bod, který má stejnou vzdálenost od počátku jako od bodu $A = [-3; 6]$.

Řešení : Bod který leží na ose x má y -ovou souřadnici nulovou: $B = [x_B; 0]$.

Vzdálenosti tohoto bodu
od bodu A

od počátku

$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$|OB| = \sqrt{(x_B - x_0)^2 + (y_B - y_0)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{(x_B + 3)^2 + (0 - 6)^2}$$

$$|OB| = \sqrt{(x_B - 0)^2 + (0 - 0)^2}$$

$$|AB| = |OB|$$

$$\sqrt{(x_B + 3)^2 + (0 - 6)^2} = \sqrt{(x_B - 0)^2 + (0 - 0)^2}$$

$$x_B^2 + 6x_B + 9 + 36 = x_B^2$$

$$x_B = -7,5$$

$$\mathbf{B = [-7,5; 0]}$$